TÓTH JÁNOS

Kell-e tudnunk, hogy honnan jöttünk?

A matematikatörténet és tudománytörténet oktatásáról – Simonovits Andrásnak barátsággal

A matematikus szerző az ünnepelttel közös érdeklődési területeivel indokolja jelenlétét a kötetben. Ezek a tudománytörténet, ezen belül a matematika története, különös tekintettel fontosságukra a diák, a tanár és a kutató számára – bármilyen szakmával foglalkozzék is.

A KAKUKKTOJÁS MAGA MENTSÉGE

Mostanában egyre több megtisztelő felkérést kapok (nyilván öregszem), de egyik sem volt oly kedves, mint annak felkínálása, hogy esetleg az Andrisnak szánt Festschrift társszerzője lehetek. Van egy kis problémám: míg ő matematikus is, én kicsit sem vagyok közgazdász, még attól sem, hogy néhány cikkének (amelyekben én játszottam a matematikus és a számolóművész szerepét) társszerzője lehettem.

Viszont egyik közös szívügyünkről szívesen írok, talán a téma nem lóg ki túlságosan a kötetből. Andris régóta tart órákat a matematika történetéről. Ennek kapcsán elmélkedem arról, hogy miért (lenne) fontos a tudományok történetét oktatni az egyetemeken.

A HELYZET

Barátaimhoz intézett kérdésekből (mellőzve a rigorózus statisztikai elemzést) az derült ki, hogy Magyarországon tudománytörténet legfeljebb tanárszakosok számára kötelező a legtöbb természettudományos

* A munka részben az OTKA-84060 sz. pályázat támogatásával készült. *Simonovits Miklós* számos tárgyi és fogalmazási pontatlanság kijavításához járult hozzá.

és műszaki egyetemen, a többiek (leendő kutatók és mérnökök) jó, ha választható tárgy formájában tanulhatnak ilyesmit. Az ELTE TTK-n nem volt rossz megoldás, hogy a hallgatóknak három tárgyat kellett fölvenniük a Tudománytörténet és -filozófia Tanszéken, amíg létezett a Tanszék. Speciálisan a BME TTK-n lehet (szabad, nem kötelező) matematikatörténetet hallgatni, ezt éppen Simonovits András tartja, aki kifejezetten a tárgy hallgatói számára írt egy könyvet is (*Simonovits* [2009]), amelyben a kiválasztott fejezetekhez megoldandó feladatok is tartoznak. Hogyne tartoznának, hiszen matematikáról van szó! Emellett az Egyesült Államokban élő, orosz származású, igen kiváló Sz. G. Gingyikin könyvének magyar nyelvű megjelentetésének a munkálataiban is szerepel fordítóként (*Gingyikin* [2012]).

Andris „muszáj Herkulesként" (bár örömmel) – tartja a tárgyat: soha nem állította, hogy ő matematikatörténész, csak felismerte, hogy ez nagyon hiányzik. (Megjegyzendő, hogy matematikatörténésznek lenni különösen nehéz feladat, négy-öt nyelv ismerete nélkülözhetetlen, és akkor még mindig legfeljebb a 19. századig képes a kutató felfogni a matematika egészét, a 20. századtól reménytelen a helyzet. De legalább is hálátlan.) Engem a téma kicsit jobban érdekel, mint általában a matematikusokat; ez nyilván köszönhető annak, hogy általános iskolában egyszer jutalomkönyvként D. J. Struik matematikatörténeti könyvét kaptam ajándékba (*Struik* [1958]). Hadd említsem meg tisztelettel és szeretettel akkori tanárom nevét, akit sokan ismerhetnek televíziós előadásaiból: *Imrecze Zoltánné.* Mivel kölcsönadott példányom helyett évekkel később egy másikat kaptam vissza, sajnos, nem tudom felidézni, hogy mivel érdemeltem ki.

Rövid kitérő más területekre: nyilván a kérdés így föl sem merül sem általában a bölcsészképzésben, és különösen nem például a filozófusoknál, akik olyan tudománnyal foglalkoznak, amelyiknek tárgya épp a saját története – hogy a *Tőzsér János* barátomtól kapott szellemes megfogalmazással éljek. Tulajdonképpen ez átfogalmazása A. N. Whitehead véleményének, aki szerint az egész nyugati filozófia nem más, mint lábjegyzet Platónhoz. (Ez a hozzáállás más tudományterületekre szélsőségesen nem igaz, annál kevésbé, minél közelebb jutunk a fizikához és a biológiához: „csak nem akarsz 2000 előtti cikkre hivatkozni?!") Viszont, ha jól tudom, a gazdaságtörténet oktatásának a Corvinuson inkább szép múltja, mint szép jövője van… Házi feladatként az olvasóra bízzuk annak megvizsgálását, hogy mi a helyzet más szakoknál.

TUDOMÁNYTÖRTÉNETI MAZSOLÁK

Racionális mechanika

Abszolút személyes részek következnek. A hetvenes évek elején (azóta részben világgá ment barátaimmal) nagy áhítattal olvastuk a racionális mechanikáról szóló írásokat. Mi is ez? A (szinte mozgalomnak tekinthető) irányzat fő pápája Clifford Ambrose Truesdell III volt. (Rényi Alfrédé mellett az ő képe díszíti egyetemi szobám falát.) A kör fő tevékenysége az volt, hogy a mechanikából kiindulva a klasszikus fizika minél nagyobb részét újrafogalmazta a legszigorúbb matematikai kritériumoknak eleget téve, és ezáltal hozzájárult Hilbert VI. problémájának (A valószínűségszámítás és a fizika axiomatizálása) megoldásához. Visszatekintve úgy tűnik, nem ez az a mód, ahogyan a fizikusok között könnyen népszerűséget lehet szerezni. A szokásos kifogás a pontos fogalmazással szemben az, hogy hol a fizikai tartalom. Ez a fordulat közgazdasági modellezők számára is ismerős lehet.

Truesdellnek – Euler műveinek kiadása és hatalmas terjedelmű összefoglalói (*Truesdell–Noll* [1965]), valamint vitriolos, félig népszerűsítő jellegű írásai (*Truesdell* [1982], [1984]) mellett – arra is volt érkezése, hogy megalapítsa az Archive for the Rational Mechanics and Analysis című rendkívül arisztokratikus folyóiratot, valamint a témánk szempontjából most mégis fontosabb Archive for the History of Exact Sciences című újságot. Egy levélváltásunk alkalmával leírta, hogy kedvenc tanárai közé tartozott Neményi Pál (Paul Felix Nemenyi, Fiume, 1895–Washington, 1952) magyar fizikus, aki nagy valószínűséggel (és a Wikipédia szerint is) Bobby Fischernek az édesapja volt. (További érdekesség szintén onnan: Elias Canetti – még jóval Bobby Fischer színre lépése előtt – megjelent Káprázat című regényében szinte előre vizionálta a sakkozót egy Fischerli nevezetű különc sakkozó alakjában.)

Meghívás a kéretlen lektornak

Tanulságos eset, talán időtálló. A múlt század kilencvenes éveiben meglehetős alapossággal elolvastam két princetoni kutató cikkét, és egészen részletes kritikai megjegyzéseimet levélben (még nem elektronikusban) elküldtem nekik. Ennek az lett a következménye, hogy a következő néhány nyarat velük közös kutatással a Princetoni Egyetemen tölthettem. A tanulság annyi, hogy (óvatosan fogalmazva: sok tudományterületen, sokan) örömmel veszik az alapos kritikát, amely értő olvasóra utal, és nem ritka, hogy együttműködést ajánlanak. Ezek azok a nyarak voltak, amelyek egyikén Andrew Wiles megmutatta a Fermat-tétel bizonyítását, Nash és Wigner még ott sétálgatott, és éppen forgatták az Einstein-filmet. Azóta bosszankodom, hogy mindezeket csak utólag tudtam meg (kivéve persze a legutóbbit, azt nehéz lett volna nem észrevenni).

És mégse mozog, avagy a (matematikai) állítások igazságáról

Miután a ptolemaioszi világképet felváltotta a kopernikuszi, a tudósok (sőt az emberek) megnyugodtak abban, hogy a Föld forog a Nap körül, és nem fordítva. Ez azonban azzal a sajnálatos ténnyel járt együtt, hogy majdnem mindenki elfeledkezett arról, hogy mit is jelent egy matematikai vagy természettudományos állítás igaz volta. Speciálisan a Naprendszer esetében csak annyit mondhatunk, hogy a kopernikuszi *feltevés* leegyszerűsíti a számításokat, semmi többet. Szükséges lenne ezt a figyelmeztetést megfogadni olyan tudományokban, ahol a bizonyítás eszközei (többnyire a tárgy természeténél fogva) sokkal kevésbé hatékonyak, mint a „kemény" természettudományokban. Andris tevékenységéből látszik, hogy ő nagyon is jól érti ezt: különböző feltételeket tartalmazó modelleken tanulmányozza egyes intézkedések hatását.

Egyetértés és vita

Az egyetemi órákat meg kell tartani. Ifjabb kollégáimnak azt szoktam mondani, hogy ha elüti őket a villamos, akkor előtte telefonáljanak. Ezt még eddig elkerültük, de Andris rendszeresen jár konferenciákra, és ha az időpont ütközik egy előadásával, akkor néha én ugrok be helyette. Leggyakrabban olyan témáról szoktam beszélni, amelyik Andris több matematikai modelljének alapjához szorosan kapcsolódik, és ráadásul érdekes irodalmi-történeti vonatkozása is van. A variációszámításról van szó. Megpróbálom képletek nélkül elmesélni, hogy mi is ez.

Tegyük fel, hogy a $t_1, t_2, \ldots, t_n$ időpontban valamely dolog mennyisége $x_1, x_2, \ldots, x_n$, és előzetes ismereteink, valamint egy alkalmas ábra alapján azt gondoljuk, hogy a két adatsor közötti összefüggés egy origón átmenő egyenessel jól közelíthető. Akkor célszerű a legkisebb négyzetek módszerét alkalmazni, ami esetünkben azt jelenti, hogy olyan a paraméterértéket (meredekséget) keresünk, amellyel a számolt at_i értékek a lehető legközelebb lesznek a mért x_i értékekhez abban az értelemben, hogy a $Q(a) := \sum_{i=1}^{n}(x_i - at_i)^2$ négyzetes eltérés a lehető legkisebb. Feladatunk megoldását tehát megkapjuk, ha meghatározzuk a Q függvény minimumát. (Vigyázat! Kissé szokatlan, hogy a független változó jele a, és a t_i és x_i értékek rögzített számok.) A minimum meghatározásának egy lehetséges módja az első féléves egyetemi matematikaanyagon alapul: meghatározzuk, hogy mely a érték mellett nulla a Q függvény deriváltja, majd örömmel megállapítjuk, hogy ezen a helyen a Q függvény második deriváltja pozitív, tehát valóban minimumhelyhez jutottunk. Javasoljuk az ünneplő olvasónak, hogy végezze el ezeket az egyszerű, ámde tanulságos számításokat.

(Például ökonometria címén) bizonyára sokan találkoztak azzal a feladattal is, hogy írjuk le a fenti adatokat egy egyenessel, amely nem feltétlenül halad át az origón. Ilyenkor az $R(a,b) := \sum_{i=1}^{n}(x_i - at_i - b)^2$ *kétváltozós* függvény minimumát kell meghatározni, ami egy kicsit több számolást igénylő feladat.

Mindkét esetben mellékfeltételeket is köthetünk ki, például a feladat tartalma miatt megkövetelhetjük, hogy a paraméterek nemnegatívak legyenek.

A fentiekben egy- és kétváltozós függvények minimumáról volt szó, esetleg további kikötések mellett. Sokkal bonyolultabb feladathoz jutunk, ha olyan függvény minimumát keressük, amely maga is függvénytől függ. Például kérdezhetjük azt, hogy milyen pályát kell befutnia valamely gazdasági jellemzőnek ahhoz, hogy egy másik értéke eközben minimális vagy maximális legyen. A pályát egy függvény adja meg, bizonyos értelemben ezért mondhatjuk, hogy végtelen sok változója van a minimalizálandó függvényünknek. Az ilyen feladatok fizikán kívül igen gyakran fordulnak elő a közgazdaságtanban. Aki viszont egy szép legendát többre értékel, annak elmeséljük Andris könyvéből puskázva Karthágó alapítójának és első királynőjének, a szerencsétlen sorsú Didónak a történetét (*Simonovits* [2009] 77. o.). Amikor Észak-Afrikában partra szállt, azt kérte a berberek királyától, hogy akkora terület lehessen az övé, amekkorát egy bőrdarabbal közre tud fogni. Rájött, hogy ehhez a bőrből szíjat érdemes hasítania, majd azzal egy kör alakú területet célszerű körbekerítenie. Itt a maximalizálandó mennyiség a körbezárt terület, mellékfeltétel a szíj hossza. A matematikai alapokról rövid tájékoztatást adtunk könyvünkben (*Tóth–Simon* [2009] 10. fejezet), a témakör történetével való ismerkedéshez ismét *Simonovits* [2009] kötethez fordulhatunk (7. fejezet).

Azért nem mindig és mindenben értünk egyet. Andris matematikatörténeti előadásai előtt vagy utána elvitatkozgatunk: szerintem Arkhimédész volt az ókor legnagyobb tudósa, nemcsak sokoldalúsága és alkalmazható eredményei miatt, hanem azért is, mert majdnem kétezer évvel

Newton előtt elkezdte felépíteni az analízist. Hasonlóan a többi igazán nagy matematikus elméhez (Euler, Gauss, Neumann) csak azt nem oldotta meg, amihez nem kezdett hozzá. Andris viszont halkan figyelmeztet lelkesült előadásom közben, hogy az igazán fontos lépést Knidoszi Eudoxosz tette meg a kimerítés módszerének – ami lényegében a határérték fogalmának bevezetésével egyenértékű – megalapozásával. Az ő művei azonban sajnos mind elvesztek, míg Arkhimédésztől több írás is – legalább latin és arab fordításokban – fennmaradt.

Egy kis konteo: a Mandelbrot-halmaz is a miénk! (Tóth–Simon [2009] 254. o.)

Lapozzunk bele a Matematikai Lapok 1952-ben megjelent számának feladatrovatába! (Mielőtt belelapozunk, jó tudni, hogy a magyar nyelvű matematikai folyóiratok folyamatos késésben szoktak (volt?) lenni, amit azután nem egy alkalommal *új folyam* bevezetésével próbáltak orvosolni – amíg össze nem gyűlik a következő késés. Mivel akkortájt ötévesen érdeklődésem inkább a *Dörmögő Dömötör* felé fordult volna, ha az már létezett volna, nem tudom megállapítani, hogy mikor jelent meg igazán az 1952-esnek nevezett szám.) Ebben a rovatban Riesz Frigyes, a 20. század első felének – a (mellesleg Ady-barát) Fejér Lipóttal párban – legnagyobb magyar matematikusa az alábbi problémát tűzte ki: „Milyen z_1 komplex számokból kiindulva ad adott komplex a mellett konvergens sorozatot a $z_{n+1} = (1/2)(z_n^2 + a)$ iteráció?” (*Hajós* [1952] 286. o.)

Két évvel később Hajós György, a feladatrovat szerkesztője (a – szerintem – egyik legszebb nyelven írott magyar matematikai tankönyv, a *Hajós* [1960] szerzője) ezt írta: „Az 54. feladatra, melyet szerzője a megoldást nem ismerve tűzött ki, megoldás nem érkezett. Ha a jövőben megoldás érkezik erre a feladatra, azt közölni fogjuk.”

Benoit Mandelbrot éppen ilyen iterációk tanulmányozása nyomán vezette be a fraktál fogalmát. Pontosabban szólva: azok az a számok, amelyek mellett a fenti sorozat konvergens, egy igen bonyolult szerkezetű halmazt alkotnak a komplex számsíkon, amelynek a dimenziója tört szám, s amely ezért a fraktálok közé tartozik.

Mi a kapcsolat a Matematikai Lapok és Benoit Mandelbrot között? – kérdezheti az olvasó. Mandelbrot volt Princetonban Neumann János utolsó posztdoktori munkatársa, és az ottani könyvtár, a Fine Hall Library megkapta a magyar nyelvű Matematikai Lapokat, amint azt az általam korábban személyesen megismert Cziffra Pétertől (hát hogyne lenne magyar), a könyvtár nyugdíjasként is segítőkész munkatársától teljesen hagyományos papírra írott levélben megtudtam, amit minden bizonnyal időnként Neumann is szívesen lapozgatott, Mandelbrot pedig Neumanntól kapta a kutatási problémáit. Természetesen ez csak képzelgés, nem tudjuk, hogy valóban Riesztől Neumannon át jutott-e el a probléma Mandelbrotig, de ez legalább is nem kizárt.

Ha most kissé visszafogjuk nemzeti érzéseinket, akkor el kell ismernünk, hogy a feladatban szereplő iterációt Fatou–Julia-iterációnak szokás nevezni két francia matematikusra, Pierre Fatou-ra és Gaston Juliára emlékezve, akik a 20. század elején már foglalkoztak ezzel a témával.

A (vélt vagy valódi) történeti érdekességeken túl foglalkozzunk kicsit az $z_{n+1}=f(n, z_n)$ alakú sorozatok (speciálisan: rekurzív összefüggések) matematikájával! Egyetemi tanulmányaink kezdetén megtanuljuk, hogy ha például $z_{n+1}=(3n-5)/(4n+1)$, vagyis ha a sorozat tagjai explicite adottak (az f függvény csak első változójától függ), akkor meg tudjuk mondani, hogy elég sokáig elmenve (elegendően nagy n számot véve) a sorozat tagjai tetszőlegesen közel kerülnek a 3/4 számhoz (szakkifejezéssel élve ez a szám a sorozat határértéke), tehát a sorozat igazán szabályosan viselkedik: konvergens.

Könnyen elbánhatunk egy ilyen sorozattal is: $z_{n+1}=qz_n$, ahol az f függvény csak második változójától függ, emiatt mondhatjuk, hogy a sorozat autonóm, ráadásul a függvény (homogén) lineáris függvény. Ha ugyanis például $q=1/2$, akkor a sorozat határértéke 0, ha pedig $q=5$, akkor a sorozat tagjai tetszőleges számnál nagyobbat fel tudnak venni, a határérték ekkor $+\infty$.

Harmadik példánkkal már nem mindenki találkozott, de azzal a tétellel, amelynek illusztrálására szolgál, bizonyosan. Legyen $z_{n+1}=\sqrt{3+z_n}$. Erről a sorozatról belátható, hogy monoton növekvő és felülről korlátos, s az említett tétel szerint ezért létezik határértéke, amely egy ügyes trükkel ki is számítható.

Ezt a példát így nem szabad tanítani!

Miért ragadtattam ilyen radikális kijelentésre magamat? Azért, mert ez a harmadik példa azt a hamis érzetet kelti, hogy könnyen el tudunk bánni nemlineáris függvényekkel definiált autonóm sorozatokkal. És most térjünk csak vissza Riesz Frigyes példájához! Legyen tehát $z_{n+1}=(1/2)\left(z_n^2+a\right)$, és válasszuk a értékét $-2{,}8$-nak! Ekkor azt tapasztaljuk, hogy a sorozat konvergens. (A kitűzött feladat megoldásának csekély részeként egyetlen megfelelő paramétert tehát sikerült találnunk!) Ha $a=-3$, akkor azt tapasztaljuk, hogy hosszú idő után a sorozat értéke két szám között ingadozik, más szavakkal egyetlen határérték helyett megjelenik egy 2 periódusú pálya.

Ha tovább csökkentjük a paraméter értékét, 4, 8 stb. periódusú pályákat kapunk. Később páratlan periódusú pályák adódnak hosszú idő után ($a = -3$ esetén 3 periódusú pályák jelennek meg), végül pedig azt találjuk, hogy a sorozat tagjai a teljes [0, 1] intervallumot bejárják. Eközben a paraméter pontos értékétől nagyon érzékeny módon függ az, hogy melyik lehetőség realizálódik. Hasonlóan fontos az első tag értéke is: ennek megválasztására is nagyon érzékeny a sorozat. Ez utóbbi tulajdonságok miatt mondjuk, hogy a folyamat viselkedése kaotikus, azok a (komplex) paraméterek pedig, amelyek mellett a sorozat konvergens, egy olyan halmazt alkotnak (a Mandelbrot-halmazt), amelynek a dimenziója nem egész szám, ezért az ilyeneket fraktáloknak szokás nevezni.

Az olvasó figyelmébe ajánljuk a *May* [1982] cikket, amely matematikailag könnyen olvasható, alkalmazásorientált bevezető a témáról magyar nyelven.

Találkozásaim a közgazdaságtannal

A kapitalizmus és a szocializmus politikai gazdaságtana az 1960-as évek végén? Az elsőből érdekes volt az elmélet, a gyakorlatról halvány elképzelésünk sem lehetett. A második elmélete finoman szólva is rozoga volt, viszont tanulságos volt gyakorlati szakemberek félhivatalos háttér-információit hallgatni. És akkor jött néhány egészen különleges élmény, barátaim közvetítésével. Kezdem ezzel a gyönyörű indítással: „*Halmazokat* **vastagon szedett** latin nagybetűkkel jelölünk." (*Kornai* [1971] 15. o.). Azután (pontosabban: időben előbb) jöttek Jánossy Ferenc könyvei amelyekből kiderült, hogy igenis lehet mérni közgazdasági mennyiségeket, csak a sok adat összegyűjtése előtt (is!) meg után még gondolkodni is kell (*Jánossy* [1963], [1965]). Pedig Jánossy mindössze arra jött rá, hogy igen sok mennyiség exponenciális függvénye az időnek, szerencsére nem csak a népesség száma, amivel Malthus ijesztgette az emberiséget, más szavakkal: ezek a mennyiségek a legegyszerűbb differenciálegyenlet megoldásának tekinthetők. Ahhoz, hogy Jánossy ezt az állítását fenn tudja tartani, esetenként (például acéltermelés) még egy transzformációra is szüksége volt. Ma legfeljebb annyit tehetünk ehhez hozzá, hogy néha az exponenciális növekedés egy logisztikus szakasz eleje, ami azután telítődéssel folytatódik, hogy még később valamely technológiai újítás következményeként újrainduljon egy exponenciálisnak látszó, de valójában logisztikus növekedés. Persze, minél közelebb vagyunk a pénzügyekhez, annál kevésbé alkalmazható (túl rövid vagy túl hosszú távon) ez az egyszerűsített kép.

A modellező szempontjából a közgazdaságtudomány két alapvető nehézsége az anticipáció megléte (a jelenlegi állapotot a jövőre vonatkozó várakozások is befolyásolják), valamint a kísérletezés lehetőségének hiánya. (Nem nevezhető kísérletnek, amikor megkérdezünk néhány közgazdászhallgatót, hogy mit csinálnának egy adott helyzetben.)

MAGISTRA VITAE?

Komolytalanul, a diákokhoz (Kéretlen tanácsok)

Kollégák, diákok naponta bizonyítják Heidegger állításának az igazságát, amely szerint a tudomány nem gondolkodik. Ahhoz, hogy valaki az orránál tovább lásson, hogy elgondolkodjon arról, tevékenysége miként illeszkedik a többiekéhez, szükség van a tudomány történetén túlmenően módszertani ismeretekre is. Erről a területről egyik kedvenc írásom (*Halmos* [1975]) címe ellenére (Hogyan írjunk matematikát?) sok tanulsággal szolgálhat bárki számára, aki tudományról ír a szakdolgozatot író diáktól az akadémikusig.

Azt is rendszeresen elmondom, hogy ha már Budapesten járnak egyetemre, akkor igyekezzenek legalább egy-egy előadást, ha lehet, akkor egy tantárgyat meghallgatni mondjuk Lovász Lászlótól vagy Szász Domokostól (korábban: Farkas Miklóstól vagy Rózsa Páltól).

Nem csak az alkalmazások iránt érdeklődőknek mondom: csak azt nem fogod alkalmazni, amit nem tanultál meg az egyetemen. (Nem árulom el saját fehér foltomat; az osztályzatokból nem lehet kikövetkeztetni.) Amikor jeles tanárunknak, Simon Lászlónak ünnepeltük hetvenedik születésnapját, köszöntőjében Lovász László megemlítette (nyilván sokunk meglepetésére), hogy diszkrét matematikusként is merített ötletet a parciális differenciálegyenletek elméletéből, amit az akkor ünnepelttől tanultunk.

Sokszor adódik alkalom elsüthetni az órán Stigler tételét is, amely szerint a tudományos fogalmakat és tételeket többnyire nem arról nevezik el, aki felfedezte azokat. (Szerzőnk meg is jegyzi szerényen, hogy ezt a törvényt például az ismert tudományszociológus, K. Merton fedezte föl (*Stigler* [1980]). Igazán szép tőle, ha már úgyis a Mertonnak szentelt folyóiratszámban közölte a cikket.) Ma már ott tartunk, hogy az ilyen eseteket külön honlap sorolja föl: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_examples_of_Stigler%27s_law.

A diákjaim ahhoz kevéssé tapasztaltak, hogy az Érdi Pétertől tanult állítás („A számoknak csak érzelmi töltésük van, jelentésük nincsen.") mélységét felfogják. Tekintsük például a következő esetet! A bergengóc főminiszter a szokásos heti kormányinfón bejelenti, hogy a következő nyolc és fél évben a kormány pelotapályák építésére 337 milliárd petákot fog költeni. Nyilván egy ilyen típusú állítást ellenőrizni se nem szokás, se nem lehetséges; azt viszont mindenki érti belőle, hogy a kormány saját népe egészségét (ugyan csak közvetve) és a baszk–bergengóc barátságot egyaránt fontosnak tartja. Azt gondolom, hogy családi költségvetési vitákból is lehet hasonló eseteket idézni.

Értelmes, tájékozottnak számító fizikus hallgatótól kérdeztem, hogy tudja-e kicsoda volt Jánossy Lajos. (Számomra kevésbé érdekes, hogy milyen fizikus, oktató vagy vezető volt ő; a valószínűség*számítás*ról szóló, a matematikaiaktól radikálisan eltérő könyve igen tanulságos volt, ma is ajánlom azoknak a matematikushallgatóknak, akik már bevezettettek a Kolmogorov-féle elméletbe, ugyanis *ez* az elmélet oldotta meg Hilbert VI. problémájának egyik, könnyebb felét.) Nevelőapjával, Lukács Györggyel (például *Lukács* [1971]); öccsével, Jánossy Ferenccel (ifjúkorom kedvenc szerzőjével, aki nem azonos Nagy Imre vejével, Jánosi Ferenccel) nem is próbálkoztam. Talán a fiát, Jánossy András fizikust ismeri? Persze, hogy nem. De nyilván nemcsak ő a hibás, hanem mi is, a tanárai.

Amivel alkalmazások iránt érdeklődő matematikus tanítványaimat szoktam lelkesíteni: széles a szakadék a matematika és az azt alkalmazó tudományok között; sokan kellünk bele. Akár az irodalomjegyzék is szolgál matematikához és a közgazdaságtanhoz közelebb álló kutatókkal.

Komolyabban (Figyelmeztetések, javaslatok?)

Kiindulhatunk most Jánossy Ferencből (*Jánossy* [1966]), aki különösen hangsúlyozta a trendvonal alakulásával alátámasztott állítást: a gazdasági fejlődés valódi hordozója az ember. Több szénbánya vagy több stadion helyett maradandó tudást nyújtó oktatásra van igazán szükség. Ennek része kell hogy legyen a tudomány történetének oktatása. Néhány érv következik az állítás alátámasztására.

A fő tudnivaló, hogy ki és hogyan fedezett föl valamit, de az sem árt, ha fölidézzük a nagy magyar elődöket. Annak az állításnak, hogy mindent orosz (szovjet) tudósok fedeztek fel, nem az a méltó párja, hogy semmit. Ez utóbbival kapcsolatos kedvenc történetem: lengyel barátom mutatott egy vastag orosz könyvet francia kolléganőnknek: „Ez az a könyv, amely tartalmazza azokat az eredményeket, amelyeket az elmúlt öt évben értél el, és amit a következő tíz évben fogsz elérni." A történet régi, nem biztos, hogy ma is elmondható lenne.

Van, amikor többen jutnak el ugyanarra a felismerésre, mert megérett rá az idő: Bolyai János, Lobacsevszkij (és részben Gauss) két évezred küszködése után megtalálta a kiutat a parallelák megszelídítéséhez.

Sokat lehet tanulni látszólag távoli területek történeti áttekintéséből is. Ennek kiemelkedő példáját mutatta a technika- (sőt inkább textil-) történész Endrei Walter (*Endrei* [1992]): a programozás elemeinek (ciklus, elágazás, vezérlés stb.) megjelenését tudta végigkövetni évezredeken keresztül a legkülönbözőbb műszaki berendezésekben. Nemcsak informatikusnak, de mindenkinek, aki programoz, érdemes elolvasnia ezt a kis könyvecskét.

Igazából nagyon örülni kell annak, ha valaki ifjú korában rájön egy feladat olyan megoldására, amely néhány hónapja vagy éve ismert; ez biztató jel arra nézve, hogy más feladatnál az illető mindenkinél korábban jön majd rá a (vagy: egy új) megoldásra.

Az oktatás szempontjából is gond, hogy a tudománytörténészek száma csekély a fentebb említett nehézségek miatt.

Összegezve felmérésem és fenti elmélkedéseim eredményét: a matematika (általában a tudomány-) történet kötelezővé tétele a természettudományos és műszaki szakokon zárt kapuk döngetését jelenti, pedig fontossága nem vitatható. Örvendetes, hogy az ünnepelt bokros teendői mellett kitartó kopogtatással járul hozzá ehhez.

HIVATKOZÁSOK

Endrei Walter [1992]: A programozás eredete. Akadémiai Kiadó, Budapest.

Garay Barna–Simonovits András–Tóth János [2012]: Local interaction in tax evasion. Economics Letters, Vol. 115. No. 3. 412–415. o.

Gingyikin, Sz. G. [2012]: Történetek matematikusokról és fizikusokról. Szerkesztette: *Major Péter,* 3. kiadás, Typotex, Budapest.

Hajós György (szerk.) [1952]: Feladatrovat. Kitűzött feladatok. 54. feladat. Matematikai Lapok, 3. évf. 286. o.

Hajós György [1960]: Bevezetés a geometriába. Tankönyvkiadó, Budapest. (További, még legalább 12 magyar nyelvű kiadás.)

Halmos, P. R. [1975]: Hogyan írjunk matematikát? Matematikai Lapok, 26. 265–286. o.

Jánossy Ferenc [1963]: A gazdasági fejlődés mérhetősége és új mérési módszere. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.

Jánossy Ferenc [1965]: A valószínűségelmélet alapjai és néhány alkalmazása különös tekintettel mérési eredmények kiértékelésére. Tankönyvkiadó, Budapest.

Jánossy Ferenc [1966]: A gazdasági fejlődés trendvonala és a helyreállítási periódusok. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.

Kornai János [1971]: Anti-equilibrium. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.
Lukács György [1971]: Történelem és osztálytudat. Magvető Kiadó, Budapest.
May, R. M. [1982]: Nagyon bonyolult dinamikájú egyszerű matematikai modellek. Fordította: *Turányi Tamás.* Alkalmazott Matematikai Lapok, 8. 427–446.
Simonovits András [2009]: Válogatott fejezetek a matematika történetéből. Typotex, Budapest.
Stigler, S. M. [1980]: Stigler's law of eponymy. Megjelent: *Gieryn T. F.–Merton, R. K.* (szerk.): Science and Social Structure: A Festschrift for Robert K. Merton. New York Academy of Science Transactions, 39. 147–158. o. http://dx.doi.org/10.1111/j.2164-0947.1980.tb02775.x.
Struik, D. J. [1958]: A matematika rövid története. Fordította: *Auer Kálmán,* Gondolat, Budapest.
Tóth János–Simon L. Péter [2009]: Differenciálegyenletek. Bevezetés az elméletbe és az alkalmazásokba. Typotex, Budapest.
Truesdell, C. A. [1982]: The Tragicomical History of Thermodynamics, 1822–1854. Vol. 4. Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences. The John Hopkins University Press–Society for the History of Technology.
Truesdell, C. A. [1984]: The Computer: Ruin of Science and Threat to Mankind (1980/1982). Megjelent: *Truesdell, C. A.*: An Idiot's Fugitive Essays on Science. Springer, New York, 594–631. o.
Truesdell, C. A.–Noll, W. [1965]: The Non-Linear Field Theories of Mechanics, Encyclopedia of Physics III/3. Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg.